

総合演習 21

(1)

売れ残る確率 + 売り切れる確率 = 1

n 個仕入れたとき、売れ残るのは、需要が $1, 2, \dots, n-1$ の場合で、各々の確率は $\frac{1}{100}$ だから、

$$\text{売れ残る確率} = \frac{1}{100} \times (n-1) = \frac{n-1}{100}$$

$$\text{よって、売り切れる確率 } p_n = 1 - \frac{n-1}{100} = \frac{101-n}{100}$$

(2)

売れた弁当 1 個当りの利益 = 売値 - 仕入れ値 = 400 円

売れ残った弁当 1 個当りの損失 = 仕入れ値 = 600 円

とりあえず、仕入れた個数を 5 個とし、 E_5 がどんな式になるか調べてみる。

変数（損益）と確率表にしてまとめると、

需要個数	確率	売れ残り個数	損益
5 以上	$(101-5)/100$	0	400×5
4	$1/100$	1	$400 \times 4 - 600 \times 1$
3	$1/100$	2	$400 \times 3 - 600 \times 2$
2	$1/100$	3	$400 \times 2 - 600 \times 3$
1	$1/100$	4	$400 \times 1 - 600 \times 4$

これより、利益の期待値は、

$$\begin{aligned} E_5 &= 400 \cdot 5 \cdot \frac{101-5}{100} + \frac{1}{100} \{ (400 \cdot 4 - 600 \cdot 1) + (400 \cdot 3 - 600 \cdot 2) + (400 \cdot 2 - 600 \cdot 3) + (400 \cdot 1 - 600 \cdot 4) \} \\ &= 4 \cdot 5 \cdot (101-5) + \frac{1}{100} \{ 400 \cdot (1+2+3+4) - 600 \cdot (4+3+2+1) \} \\ &= 4 \cdot 5 \cdot (101-5) - 2 \cdot (1+2+3+4) \\ &= 4 \cdot 5 \cdot (101-5) - 2 \sum_{k=1}^{5-1} k \end{aligned}$$

ここで、5 を n に置き換えると、

$$\begin{aligned} E_n &= 4n(101-n) - 2 \sum_{k=1}^{n-1} k \\ &= 404n - 4n^2 - 2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} \\ &= -4n^2 + 404n - n^2 + n \\ &= -5n^2 + 405n \end{aligned}$$

よって、 $E_n = -5n^2 + 405n$ が推測されたので、上の表を n と k で表現して記述すればよい。